

La relación subrepticia entre la geometría y la materia I

Pavel Castro-Villarreal

Facultad de Ciencias en Física y Matemáticas, Universidad Autónoma de Chiapas, Carretera Emiliano Zapata, Km. 8, Rancho San Francisco, C. P. 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México

Resumen

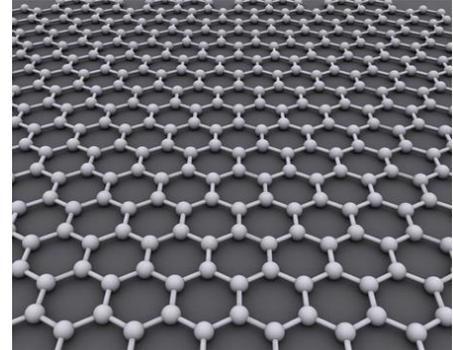
A través de nociones comunes se plantea la existencia de una relación encubierta entre geometría y materia. Se intenta develar esta relación usando como ejemplo un material dos-dimensional, el cual se puede representar, bajo ciertas condiciones, mediante una superficie matemática cuyas propiedades geométricas se consideran como un resultado emergente de las propiedades microscópicas del material. En particular, se hace énfasis en la curvatura como una cantidad física que influye en todos los fenómenos que ocurren en el material.

Palabras clave: papel, grafeno, material dos-dimensional, superficies curvas, curvatura

Cuando nos detenemos por un instante y damos un vistazo alrededor podemos advertir una cosa: todo lo que nos rodea es materia dispuesta en cierta forma geométrica. Por un lado, la materia esta formada de átomos que se unen con otros para formar moléculas, las cuales se organizan a través de ciertas interacciones dando lugar, por otro lado, a las formas geométricas que observamos. Un mismo pedazo material puede dar lugar a un sinfín de formas geométricas lo que ha permitido, por ejemplo, el maravilloso arte del origami y kirigami (Callens & Zadpoor, 2018), la escultura o la arquitectura; que un escultor, por ejemplo, pueda moldear y formar determinada pieza es consecuencia no sólo de su creatividad sino de la naturaleza microscópica de interacción molecular del pedazo material con el que está trabajando. Así, se puede aseverar que la forma geométrica de la materia es una manifestación “macroscópica” de su “mundo microscópico”. Esto nos conduce a una relación subrepticia entre geometría y materia, que nos convoca intentar dejar al descubierto.

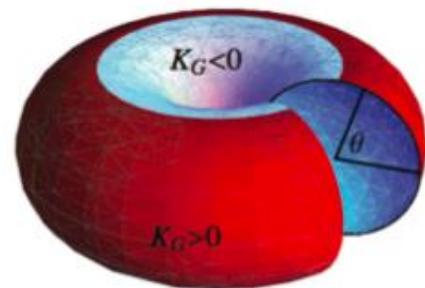
Para develar tal relación, se considera por sencillez un material dos-dimensional. Uno podría pensar que la materia dos-dimensional es puro *embuste* de los físicos, pues sin lugar a dudas vivimos en un mundo de tres dimensiones, sin embargo, el mundo dos

dimensional existe al menos de manera efectiva e.g. una hoja de papel usada en el origami puede ser considerada prácticamente como un espacio dos-dimensional. Inclusive, a escala nanométrica las propiedades físicas de un material como el grafeno¹ no pueden ser explicadas sin asumir que el grafeno es un material dos-dimensional (Geim & Novolesov, 2007). En



este caso, podemos considerar que las interacciones entre los átomos de carbono dan lugar a un material plano donde los átomos están dispuestos en un arreglo tipo panal de abeja (ver imagen de arriba (AlexanderAIUS, 2010)); otros materiales dos-dimensionales pueden mantener su planitud con otro arreglo reticular (Roldán, y otros, 2017). Esta relación puede ser considerada como una primera relación subrepticia entre la geometría de la red y la disposición de los átomos debido a las interacciones atómicas.

Un material dos-dimensional puede ser considerado, *grosso modo*, como un medio superficial continuo mientras la razón entre su grosor y alguna de sus dimensiones típicas sea *suficientemente pequeña*, es decir, como una superficie matemática que ocupa una región en el espacio (Frankel, 2004); esto por supuesto depende de la escala a la que se observe el material. La superficie puede ser caracterizada por varias propiedades geométricas, puede tener una frontera como una hoja de papel o puede ser cerrada como una pelota o una dona hueca. La superficie es caracterizada por su área y también por su *genus*². También la superficie está



¹ El grafeno es el primer material sintetizado de grosor atómico formado de átomos de carbono ubicados en los vértices de una red hexagonal. Este material tiene propiedades excepcionales tales como su conductividad eléctrica, entre otras (Geim & Novolesov, 2007).

², El genus o género de una superficie se puede entender intuitivamente como el número de “agujeros” que tiene una superficie, por ejemplo, la esfera tiene *genus* 0 mientras que la dona hueca tiene *genus* 1 (Frankel, 2004).

caracterizada por dos funciones llamadas *curvatura media* $H(x)$, y *curvatura Gaussiana* $K_G(x)$, definidas en cada punto x de la superficie a través de una parametrización que define cada punto de la superficie en el espacio; se sabe, además, que se pueden construir un sinnúmero de parametrizaciones para una misma superficie (Frankel, 2004). El área y el genus son cantidad globales de la superficie mientras que las curvaturas son cantidades locales, es decir, que tienen un valor dado en cada punto de la superficie. Para entender un poco más el concepto de curvatura se hace notar que los valores de la curvatura en una superficie plana son exactamente igual a cero. Así las curvaturas son una medida de la dobléz de la superficie en determinado punto respecto a algún plano de referencia (Callens & Zadpoor, 2018). En la imagen se muestra la superficie de una dona hueca (o toro de revolución como es llamado en la jerga científica) mostrando regiones de curvatura positiva y negativa separadas por dos círculos donde la curvatura es cero (Castro-Villarreal, 2014).

Aunque las funciones de curvaturas son propiedades matemáticas asociadas a cada superficie, ellas pueden ser consideradas como entidades físicas: representan una manera de cuantificar la relación subrepticia entre la geometría de la superficie y la disposición de la materia que constituye el material 2D. Además, las funciones de curvatura son independientes de la parametrización que se use para definir a la superficie, lo que apuntala más a elevar a estatus de cantidad física a las funciones de curvatura de la superficie. Ahora bien, una vez que estas cantidades son reconocidas como físicas es natural preguntarse en qué y cómo influyen sobre los fenómenos que ocurren en el material curvo dos-dimensional. De esta manera, la dinámica de cualquier entidad física constreñida a la superficie será afectada por las funciones de curvatura, mientras el *backreaction*³ sea despreciable, por ejemplo, la curvatura influye en el movimiento de partículas sobre superficie (Frankel, 2004) así como influye sobre cualquier fenómeno de transporte sobre la superficie (Castro-Villarreal, 2014).

³ El concepto *backreaction* (por su nombre en inglés), en este contexto, significa que la dinámica de la entidad física modifica las curvaturas de la superficie.

Finalmente, es natural preguntarse ¿cuáles son las ecuaciones que gobiernan las funciones de curvatura? En el siguiente número, *La relación subrepticia entre geometría y materia II*, abordaremos una respuesta a esta pregunta en el contexto de materiales de carbono dos-dimensionales.

Bibliografía

- Callens, S. J., & Zadpoor, A. A. (2018). From flat sheets to curved geometries: Origami and kirigami approaches . *materialstoday*, 241-264.
- Castro-Villarreal, P. (2014). Intrinsic and extrinsic measurement for Brownian motion. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P05017.
- AlexanderAIUS. (26 de Agosto de 2010). *Grafeno*. Obtenido de Wikipedia: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=11294534>
- Frankel, T. (2004). *The Geometry of Physics*. San Diego: Cambridge University Press.
- Geim, A., & Novoselov, K. (2007). The rise of graphene. *Nature Materials*, 183-191.
- Roldán, R., Chirolli, L., Prada, E., Silva-Guillen, J. A., San-Jose, P., & Guinea, F. (2017). Theory of 2D crystals: graphene and beyond. *Chemical Society Reviews*, 4387-4399.